

Nauczyciel: Joanna Kowalczyk

Przedmiot: matematyka

Klasa: 3te

Wszystkie zadania należy wykonać w zeszytu przedmiotowym.

Wszelkie niejasności wyjaśniamy na lekcji online, która odbywa się we **wtorek** o godzinie **13.00** na platformie discord.

Jeśli nie masz możliwości uczestniczenia na zajęciach online, należy to zgłosić wychowawcy, a także wysłać wiadomość na email nauczyciela matematyki [enauka.matematyka@gmail.com](mailto:enauka.matematyka@gmail.com)

Do rozwiązywania zadań można wykorzystywać tablice wzorów

[https://cke.gov.pl/images/EGZAMIN\\_MATURALNY\\_OD\\_2015/Informatory/2015/MATURA\\_2015\\_Wybrane\\_wzory\\_matematyczne.pdf](https://cke.gov.pl/images/EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informatory/2015/MATURA_2015_Wybrane_wzory_matematyczne.pdf)

**Temat lekcji:** Monotoniczność ciągu

**Data lekcji:** 31.03.2020 1 godzina lekcyjna

**Wprowadzenie do tematu:** kontynuacja tematu ciągu

**Instrukcje do pracy własnej:**

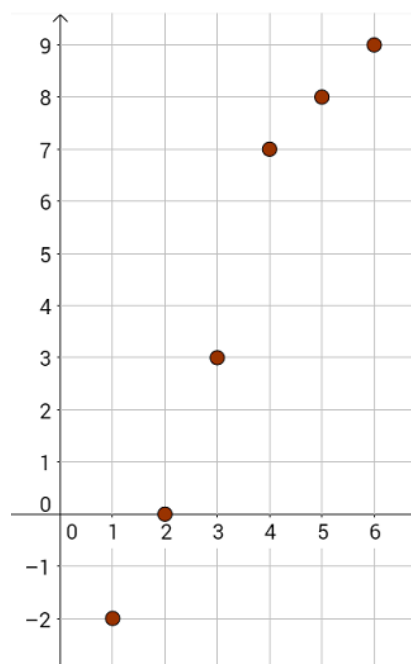
*Ciąg jest funkcją, można mu przypisać własność funkcji rosnącej i malejącej.*

Ciąg  $(a_n)$  nazywamy **ciągami rosnącym**, jeżeli dla każdej liczby naturalnej  $n \in \mathbb{N}_+$ , spełniona jest nierówność  $a_{n+1} > a_n$  ( $a_{n+1} - a_n > 0$ ).

(każdy kolejny wyraz jest większy od poprzedniego)

np. 3, 6, 9, 12 .....

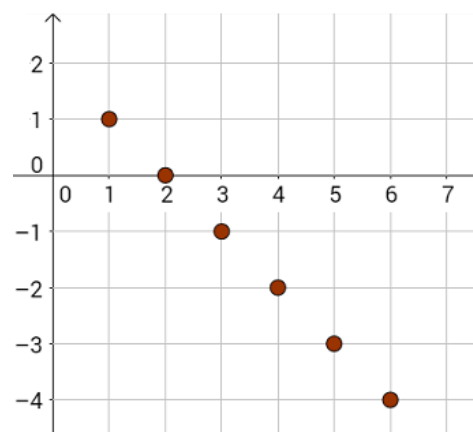
-9, -3, -1, ....



Ciąg  $(a_n)$  nazywamy **ciągami malejącym**, jeżeli dla każdej liczby naturalnej  $n \in \mathbb{N}_+$ , spełniona jest nierówność  $a_{n+1} < a_n$  ( $a_{n+1} - a_n < 0$ ).

(każdy kolejny wyraz jest mniejszy od poprzedniego)

np. 36, 18, 9, .....



-25, -50, -75, ....

Jeśli ciąg jest rosnący lub malejący to jest monotoniczny. Nie każdy ciąg jest monotoniczny

np. 2; -2; 2; -2; 2; -2 .....

4; 3; 2; 1; 5; 4; 3; .....

Przykład 1:

Dany jest ciąg  $a_n = n^2 - 7n + 5$ . Wypisz pięć kolejnych wyrazów ciągu. Czy jest to ciąg monotoniczny?

$a_1 = -1$ ;      Ciąg nie jest monotoniczny, pierwsze trzy elementy maleją, a  $a_5 > a_4$ .

$a_2 = -5$ ;

$a_3 = -7$ ;

$a_4 = -7$ ;

$a_5 = -5$ ;

Żeby pokazać, że ciąg nie jest monotoniczny wystarczy wskazać element, który nie spełnia warunku o wzrastaniu elementów.

Udowodnienie, że ciąg jest monotoniczny polega na sprawdzeniu różnicy między dwoma kolejnymi elementami.

Przykład 2.

Wykaż, że ciąg  $a_n = n^2 + 3n$  jest rosnący.

Wyznaczamy kolejny element:  $a_{n+1} = (n+1)^2 + 3(n+1)$

$$a_{n+1} = n^2 + 2n + 1 + 3n + 3$$

$$a_{n+1} = n^2 + 5n + 4$$

Obliczamy różnicę:

$$a_{n+1} - a_n = (n^2 + 5n + 4) - (n^2 + 3n) = 2n + 4 > 0 \quad \text{dla każdej liczby } n \in \mathbb{N}_+$$

Ciąg jest rosnący.

Przykład 3.

Wykaż, że ciąg  $a_n = \frac{n+2}{2n+3}$  jest malejący.

Wyznaczamy kolejny element:  $a_{n+1} = \frac{(n+1)+2}{2(n+1)+3}$

$$a_{n+1} = \frac{n+3}{2n+5}$$

Obliczamy różnicę:

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \frac{n+3}{2n+5} - \frac{n+2}{2n+3} = \frac{(n+3)(2n+3) - (2n+5)(n+2)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{(2n^2+3n+6n+9) - (2n^2+4n+5n+10)}{(2n+5)(2n+3)} = \\ &= \frac{-1}{(2n+5)(2n+3)} < 0 \quad \text{dla każdej liczmy } n \in N_+. \end{aligned}$$

Ciąg jest malejący.

Możemy jeszcze mówić o ciągach monotonicznych, które są stałe, nierosnące albo niemalejące.

Ciąg stały: wszystkie elementy są równe np. 2; 2; 2; 2; 2 .....

Ciąg niemalejący: kolejny element jest większy lub równy poprzedniemu np. 5, 6, 8, 8, 10, 11, ...

Ciąg nierosnący: kolejny element jest mniejszy lub równy poprzedniemu np. 11, 10, 10, 8, 7, 7, ..

**Praca własna:** Praca z podręcznikiem. Wykonaj zadania od 1 do 4 ze strony 199 i 200 obowiązkowo,

Zadania od 5 do 11 strona 200 dodatkowo.

**Informacja zwrotna:** przesłanie skanu rozwiązanych zadań na adres [enauka.matematyka@gmail.com](mailto:enauka.matematyka@gmail.com)

Do 02.04 godz.16.00

Proszę w tytule maila wpisać imię, nazwisko, klasa, termin oddania pracy(nie wysłania, tylko termin do którego należy przesłać informację zwrotną)