

ZADANIA OPTIMALIZACYJNE DLA MATURZYSTÓW ZDAJĄCYCH ROZSZERZENIE

ZADANIE 1

Dany jest okrąg o środku S i promieniu 18. Rozpatrujemy pary okręgów: jeden o środku S_1 i promieniu x oraz drugi o środku S_2 i promieniu $2x$, o których wiadomo, że spełniają jednocześnie następujące warunki:

- rozważane dwa okręgi są styczne zewnętrznie;
- obydwa rozważane okręgi są styczne wewnętrznie do okręgu o środku S i promieniu 18;
- punkty: S, S_1, S_2 nie leżą na jednej prostej.

Pole trójkąta o bokach a, b, c można obliczyć ze wzoru Herona

$$P = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},$$

gdzie p – jest połową obwodu trójkąta.

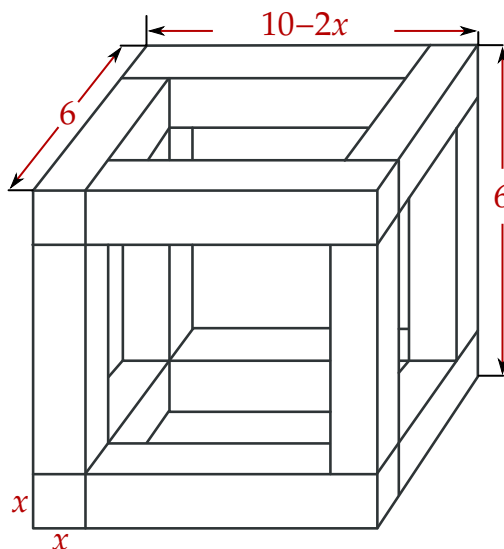
Zapisz pole trójkąta SS_1S_2 jako funkcję zmiennej x . Wyznacz dziedzinę tej funkcji i oblicz długości boków tego z rozważanych trójkątów, którego pole jest największe. Oblicz to największe pole.

ZADANIE 2

Rozważmy wszystkie graniastosłupy prawidłowe trójkątne o objętości $V = 2$. Wyznacz długości krawędzi tego z rozważanych graniastosłupów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.

ZADANIE 3

Rozpatrujemy wszystkie możliwe drewniane szkielety o kształcie przedstawionym na rysunku, wykonane z listewek. Każda z tych listewek ma kształt prostopadłościanu o podstawie kwadratu o boku długości x . Wymiary szkieletu zaznaczono na rysunku.



- Wyznacz objętość V drewna potrzebnego do budowy szkieletu jako funkcję zmiennej x .
- Wyznacz dziedzinę funkcji V .
- Oblicz tę wartość x , dla której zbudowany szkielet jest możliwie najcieńszy, czyli kiedy funkcja V osiąga wartość największą. Oblicz tę największą objętość.

ZADANIE 4

Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu jest równa 2.

- Wyznacz wszystkie wartości a , dla których istnieje trapez o podanych własnościach.
- Wykaż, że obwód L takiego trapezu, jako funkcja długości a dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem $L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}$
- Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.

ZADANIE 5

Rozpatrujemy wszystkie prostopadłościany o objętości 8, których stosunek długości dwóch krawędzi wychodzących z tego samego wierzchołka jest równy 1:2 oraz suma długości wszystkich dwunastu krawędzi jest mniejsza od 28. Wyznacz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jako funkcję długości jednej z jego krawędzi. Wyznacz dziedzinę tej funkcji. Oblicz wymiary tego spośród rozpatrywanych prostopadłościanów, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze.

ZADANIE 6

Tworząca stożka ma długość b . Wyznacz wysokość tego stożka, którego objętość jest największa. Oblicz objętość tego stożka.

ZADANIE 7

Na bokach BC , CA i AB trójkąta ABC wybrano punkty K , L , M takie, że

$$\frac{BK}{KC} = \frac{CL}{LA} = \frac{AM}{MB} = k, \text{ gdzie } k \in (0, +\infty).$$

Wyznacz wartość k , dla której stosunek pola trójkąta KLM do pola trójkąta ABC jest najmniejszy.

ZADANIE 8

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej P . Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

ZADANIE 9

Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu jest równa $4M$, a jedna z jego ścian na pole powierzchni trzy razy większe od innej ściany tego prostopadłościanu. Oblicz jaka jest powierzchnia całkowita tego prostopadłościanu, jeżeli jego objętość jest największa możliwa.

Rozwiązania zadań znajdziesz na stronie
[HTTPS://ZADANIA.INFO/5944_6660R](https://zadania.info/5944_6660R)